

文章编号:1000-8055(2012)06-1416-08

行星齿轮非线性振动系统参数稳定域的计算方法

李同杰^{1,2}, 朱如鹏¹, 鲍和云¹, 项昌乐³, 刘 辉³

(1. 南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016;

2. 安徽科技学院 工学院, 安徽 凤阳 233100;

3. 北京理工大学 机械与车辆学院, 北京 100081)

摘 要: 研究了行星齿轮非线性传动系统参数稳定域计算的一般方法. 该方法通过选取合理的失稳阈值, 根据考查参数域内系统的运动状态选取合适的数值积分时间段, 以循环套嵌的手段计算考查参数在各自范围内不同组合下的系统位移响应最大值, 比较失稳阈值以判稳, 参数稳定域的图形输出等 5 个步骤完成对行星轮系参数稳定域的计算. 最后, 以四自由度行星轮系扭转非线性振动模型为例, 以行星轮输入转速、系统的齿侧间隙以及齿轮副的啮合阻尼系数为考查参数, 分别计算得到了系统的单参数稳定域、双参数稳定域以及三参数稳定域, 为行星轮系的设计取值提供了重要参考.

关 键 词: 行星轮系; 非线性振动模型; 参数稳定域; 计算方法; 稳定性

中图分类号: TH132.425

文献标志码: A

Method of stability region determination for planetary gear train's parameters based on nonlinear vibration model

LI Tong-jie^{1,2}, ZHU Ru-peng¹, BAO He-yun¹, XIANG Chang-le³, LIU Hui³

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. College of Engineering,

Anhui Science and Technology University, Fengyang Anhui 233100, China;

3. School of Mechanical and Vehicular Engineering,

Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A general method of stability region determination for a planetary gear train's parameters was studied based on a nonlinear vibration model. There are five steps in the method, and the first step was threshold determination, the second step was deciding numerical integration time according to the motion state of the system when the parameters discussed changed in their test range, the third step was calculating the maximum displacement of the system when the parameters discussed changed in their test range by using nested loop algorithm, the fourth step was stability judgment by comparing maximum displacement with threshold and the last step was making the stability region map of the system. As an example, the stability region determination of a planetary gear train with errors of transmission, time varying meshing stiffness and gear backlashes was studied, and the stable regions of sun gear's rotational speed, backlashes of the system and relative damping ratio were calcu-

收稿日期: 2011-07-25

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20120704.1152.201206.1416_030.html

基金项目: 国家自然科学基金(50775108); 航空科技创新基金(08B52004)

作者简介: 李同杰(1980—), 男, 山东日照人, 讲师、博士生, 主要从事齿轮传动系统非线性振动研究.

lated respectively.

Key words: planetary gear set; nonlinear vibration model; parameter stability region; calculation method; stability

行星齿轮传动具有体积小、质量轻、速比大、效率高等特点,在航空、船舶传动、汽车、起重机械及其他机械传动中获得了越来越广泛的应用^[1-3]. 由于存在诸如齿轮副间的时变啮合刚度、齿侧间隙以及传递误差等非线性因素,使得行星齿轮系统传动模型的非线性程度非常高^[4]. 而非线性振动区别于线性振动的一个重要的方面就是,系统不仅会在外激振力频率(对行星轮系而言为啮频)接近系统各个固有频率时会发生共振,而且会在啮频接近这些固有频率的某些倍数、分数甚至是固有频率的线性组合时都会发生共振现象(分别称为超谐共振、亚谐共振和组合共振),从而导致系统的运动失稳^[5]. 因而行星轮系中的结构或者运动参数选择不当将容易导致上述的各种共振,进而产生失稳. 所以,找出系统重要参数的稳定区间、失稳区间及其分界线(亦即结构或者运动参数的可选择域和禁止选择域),来指导设计就具有十分重要的实际意义.

系统的参数稳定性包括运动状态的稳定性^[6],亦即系统参数的小扰动不会引起系统运动状态的改变(分岔);还包括系统振动强度的稳定性^[7],亦即系统参数的小扰动会引起系统振动幅值的突变. 本文上一段所述的各种共振的产生就属于该类失稳. 从目前可以检索到有关齿轮系统稳定性的文献来看,主要的研究工作集中在单对齿轮副周期运动状态稳定性方面^[6,8],而基于振动强度的稳定性来计算行星轮系参数稳定域的研究还较少见,文献^[9]计算了由于啮合刚度的时变性导致的系统参数不稳定域,但是其模型中忽略了系统的齿侧间隙,实际上是基于线性模型展开的研究. 本文将基于 2K-H 型单排直齿行星齿轮非线性振动模型以及振动的强度稳定性的内涵,以行星轮系的转速、齿侧间隙以及啮合相对阻尼系数为考查参数,来说明行星齿轮传动系统参数稳定域的一般计算方法,并计算了行星轮系上述三种参数的稳定域图.

1 力学模型及振动微分方程

1.1 系统力学模型

2K-H 型行星齿轮系统有一个太阳轮(以 S

表示), N 个行星齿轮(第 i 个齿轮以 p_i 表示), 一个行星架(以 C 表示)和一个内齿圈(以 R 表示, 固定于基础之上)组成, 各齿轮为直齿圆柱齿轮. 不考虑各轮之间的横向振动与各齿轮副之间的摩擦力, 系统的扭转振动模型如图 1 所示. 图中, 太阳轮、行星架、第 i 个行星轮的角位移分别以 θ_s , θ_c , θ_{pi} 表示; 太阳轮、第 i 个行星轮、内齿圈的基圆半径分别以 r_{bs} , r_{bpi} , r_{br} 表示; 行星架半径以 r_c 表示, 其值为太阳轮与行星轮的节圆半径之和, 标准安装下亦即太阳轮与星轮的分度圆半径之和; 太阳轮与第 i 路行星轮组成的外啮合副的啮合刚度、啮合阻尼系数、半齿侧间隙、综合啮合误差分别以 k_{spi} , c_{spi} , b_{spi} , e_{spi} 表示; 内齿圈与第 i 路行星轮组成的内啮合副的啮合刚度、啮合阻尼系数、半齿侧间隙、静传递误差分别以 k_{rpi} , c_{rpi} , b_{rpi} , e_{rpi} 表示, 各齿轮的压力角均为 α .

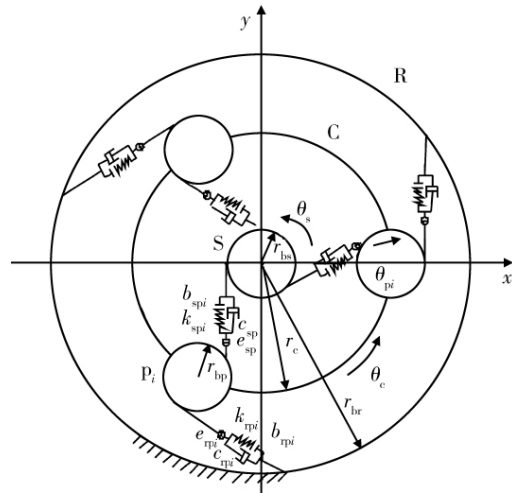


图1 系统扭转非线性振动模

Fig. 1 Nonlinear vibration model of the system

根据直齿轮啮合副刚度的变化特点, 将其假定为矩形波变化规律^[9], 进一步即可展开成为以啮频为基频的 Fourier 级数, 取一次谐波项为

$$\begin{cases} k_{spi}(t) = k_{mspi} + k_{aspi} \sin(\omega t + \varphi_{spi}) \\ k_{rpi}(t) = k_{mrpi} + k_{arpi} \sin(\omega t + \varphi_{rpi}) \end{cases} \quad (1)$$

式中 k_{mspi} , k_{aspi} 分别表示第 i 路外啮合副上的平均啮合刚度、刚度变化幅值; k_{mrpi} , k_{arpi} 分别表示第 i 路内啮合副上的平均啮合刚度、刚度变化幅值; φ_{spi} , φ_{rpi} 为相应啮合副上的刚度变化初相位.

系统静传递误差,可以表达为按齿频变化的简谐函数^[10],是引起行星齿轮系统振动产生的内部激励之一,其中第 i 路外、内齿轮副传动误差 $e_{spi}(t), e_{rpi}(t)$ 可以表示为

$$\begin{cases} e_{spi}(t) = e_{aspi} \sin(\omega t + \beta_{si}) \\ e_{rpi}(t) = e_{arpi} \sin(\omega t + \beta_{ri} + \gamma_{sr}) \end{cases} \quad (2)$$

式中 e_{aspi}, e_{arpi} 为第 i 路外、内齿轮副的传递误差变化幅值; β_{si}, β_{ri} 分别为第 i 路外、内齿轮副上传动误差变化的初相位; γ_{sr} 为同路外内啮合副之间的相位差。

系统第 i 路外、内啮合副上的弹性恢复力(以上标 p 表示)可以表示为

$$\begin{cases} F_{spi}^p = k_{spi}(t) f(X_{spi}, b_{spi}) \\ F_{rpi}^p = k_{rpi}(t) f(X_{rpi}, b_{rpi}) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \ddot{X}_{spi} + \frac{1}{\omega_n^2 m_{eq1}} \sum_{i=1}^3 [k_{mspi} + k_{aspi} \sin(\tau\Omega + \varphi_{spi})] f(\bar{X}_{spi}, \bar{b}_{spi}) + \frac{1}{\omega_n m_{eq1}} \sum_{i=1}^3 c_{spi} \dot{\bar{X}}_{spi} + \\ \frac{1}{\omega_n^2 m_{pi}} [k_{mspi} + k_{aspi} \sin(\tau\Omega + \varphi_{spi})] f(\bar{X}_{spi}, \bar{b}_{spi}) + \frac{1}{\omega_n m_{pi}} c_{spi} \dot{\bar{X}}_{spi} - \\ \frac{1}{\omega_n^2 m_{pi}} [k_{mrpi} + k_{arpi} \sin(\tau\Omega + \varphi_{spi})] f(\bar{X}_{sc} - \bar{X}_{spi} - \bar{e}_{spi} - \bar{e}_{rpi}, \bar{b}_{rpi}) - \\ \frac{1}{\omega_n m_{pi}} c_{rpi} (\dot{\bar{X}}_{sc} - \dot{\bar{X}}_{spi} - \dot{\bar{e}}_{spi} - \dot{\bar{e}}_{rpi}) + \frac{1}{\omega_n^2 m_c} \sum_{i=1}^3 [k_{mrpi} + k_{arpi} \sin(\tau\Omega + \varphi_{rpi})] \times \\ f(\bar{X}_{sc} - \bar{X}_{spi} - \bar{e}_{spi} - \bar{e}_{rpi}, \bar{b}_{rpi}) + \frac{1}{\omega_n m_c} \sum_{i=1}^3 c_{rpi} (\dot{\bar{X}}_{sc} - \dot{\bar{X}}_{spi} - \dot{\bar{e}}_{spi} - \dot{\bar{e}}_{rpi}) = \\ F_d / (m_s b_c \omega_n^2) + F_l / (m_c b_c \omega_n^2) - \ddot{\bar{e}}_{spi}(\tau) \\ \ddot{X}_{sc} + \frac{1}{\omega_n^2 m_{eq2}} \sum_{i=1}^3 [k_{mspi} + k_{aspi} \sin(\tau\Omega + \varphi_{spi})] f(\bar{X}_{spi}, \bar{b}_{spi}) + \frac{1}{\omega_n m_{eq2}} \sum_{i=1}^3 c_{spi} \dot{\bar{X}}_{spi} + \\ \frac{2}{\omega_n m_c} \sum_{i=1}^3 c_{rpi} (\dot{\bar{X}}_{sc} - \dot{\bar{X}}_{spi} - \dot{\bar{e}}_{spi} - \dot{\bar{e}}_{rpi}) + \frac{2}{\omega_n^2 m_c} \sum_{i=1}^3 [k_{mrpi} + k_{arpi} \sin(\tau\Omega + \varphi_{rpi})] \times \\ f(\bar{X}_{sc} - \bar{X}_{spi} - \bar{e}_{spi} - \bar{e}_{rpi}, \bar{b}_{rpi}) = F_d / (m_s b_c \omega_n^2) + 2F_l / (m_c b_c \omega_n^2) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } \Omega &= \omega / \omega_n, \tau = \omega_n t, \omega_n = \sqrt{\frac{k_{msp1}}{m_{eq1}}}, m_{eq1} = \\ &= \frac{m_c m_s}{m_c + m_s}, m_{eq2} = \frac{m_c m_s}{m_c + 2m_s}, m_s = \frac{J_s}{r_{bs}^2}, m_{pi} = \frac{J_{pi}}{r_{bpi}^2}, \\ &= \frac{J_c + \sum_{i=1}^3 m_{pi} r_c^2}{r_{bc}^2}, F_d = \frac{T_d}{r_{bs}}, F_l = \frac{T_l}{r_{bs}}, X = \bar{X} b_c, \end{aligned}$$

$\dot{X} = \dot{\bar{X}} b_c \omega_n, \ddot{X} = \ddot{\bar{X}} b_c \omega_n^2, b = b_c \bar{b}, e = b_c \bar{e}; J_s, J_{pi}, J_c$ 分别为太阳轮转动惯量、第 i 个行星轮转动惯量、行星架转动惯量, b_c 为位移标称尺度。

2 参数稳定域的计算方法

按照振动强度稳定的内涵^[9],行星轮系的参数稳定域计算可按以下步骤进行:

1) 根据具体的设计需要规定一个振动强度

系统第 i 路外、内啮合副上的阻尼力(以上标 d 表示)可以表示为

$$\begin{cases} F_{spi}^d = c_{spi} \dot{X}_{spi} \\ F_{rpi}^d = c_{rpi} \dot{X}_{rpi} \end{cases} \quad (4)$$

式(3)和式(4)两式中, f 为相应齿轮副上的间隙非线性函数^[11], X 表示为相应齿轮副啮合点的相对位移, c 表示相应啮合副上的啮合阻尼系数。

1.2 系统相对坐标下的量纲一振动微分方程

引入一组 $(N+1)$ 维相对坐标

$$\begin{cases} X_{spi} = \theta_s r_{bs} - \theta_{pi} r_{bpi} - \theta_c r_c \cos \alpha - e_{spi}(t) \\ X_{sc} = \theta_s r_{bs} - 2\theta_c r_c \cos \alpha \end{cases} \quad (5)$$

运用相关动力学原理可列写图 1 所示系统在相对坐标式(5)下的振动微分方程,量纲一化后,可得系统量纲一扭转振动微分方程如下:

失稳位移阈值 x^* 。

2) 选 Poincare 截面 $\Sigma = \{(\tau, X) \in R \times R^n \mid$

$\tau = \text{mod}(2\pi/\omega), x_i = \max(x_{i0} \rightarrow x_{iT})\}$, 其中 $x_i = \max(x_{i0} \rightarrow x_{iT})$ 表示系统第 i 个状态变量在一个激振力周期中的最大值。通过 Poincare 映射图可以确定系统的运动状态。

3) 通过数值积分法计算“一定时间段”内系统稳态位移响应的最大值。为了保证在所取时间段上位移响应的最大值即为系统整个稳态运行过程的最大值,同时为了做到计算需要时间最短,“一定时间段”应该按照系统在考查参数范围内的运动状态来选取:

(1) 若系统在考查参数范围内处于稳定的周期运动状态,那么“一定时间段”取系统的 1 个运

动周期即可. 图 2 是图 1 所示系统在某组参数下渐进稳定的周期 2 运动所对应的时间-位移历程图, 横坐标为行星齿轮系统第一路外啮合副量纲一相对位移 X_{sp1} , 纵坐标为系统量纲一时间 t . 可以看到, 系统周期为 13(量纲一时间), 激振力周期为 6.5. 若计算量纲一时间段取为 13, 亦即一个系统周期或者说两个外激振力周期, 则无论计算始点在何处, 总能保证该时间段内计算得到的位移最值即为稳态运动的位移最值, 同时做到了计算所需时间最短. 图 3 是图 1 所示系统在某组参数下渐进稳定的周期 4 运动所对应的时间-位移历程图. 可以看到, 系统周期为 26, 则无论计算始点在何处, 若量纲一时间段取 26, 则总能保证该时间段内计算得到的最值即为稳态运动的最值, 同时做到了计算所需时间最短.

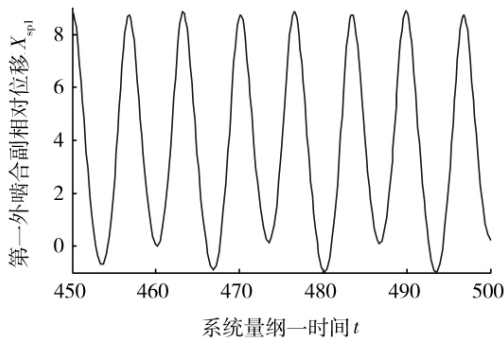


图 2 行星轮系的周期 2 运动

Fig. 2 Period-2 motion of the system

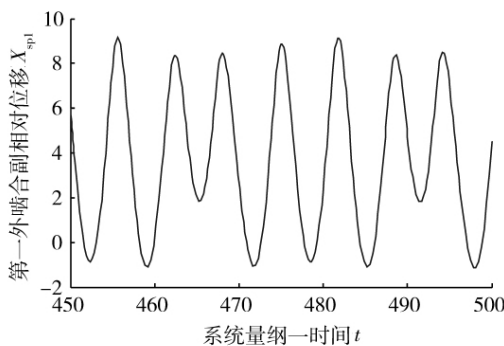


图 3 行星轮系的周期 4 运动

Fig. 3 Period-4 motion of the system

(2) 若系统在考查参数范围内处于拟周期运动状态, 那么“一定时间段”应取足够多个激振力周期, 以至于能够使得系统对应的 Poincare 映射图勾勒出一个封闭圈^[12]. 实际上拟周期运动状态对应的 Poincare 图封闭圈越密实, 按照本文定义的 Poincare 截面, 在计算时间区段内的位移最大

值就越接近系统真实的最大值. 图 4~图 6 是图 1 所示系统在某组参数下渐进稳定的拟周期运动对应的 Poincare 图.

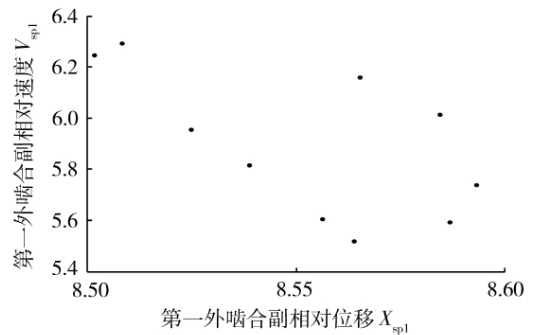


图 4 行星轮系拟周期运动(10T)

Fig. 4 Quasi-periodic motion of the system(10T)

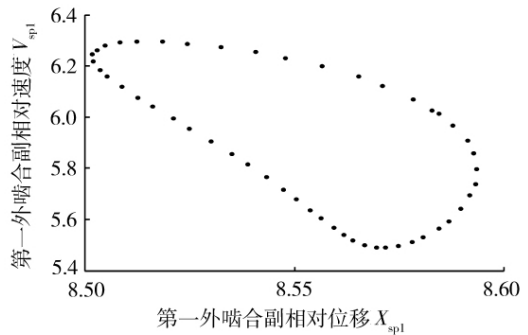


图 5 行星轮系拟周期运动(30T)

Fig. 5 Quasi-periodic motion of the system(30T)

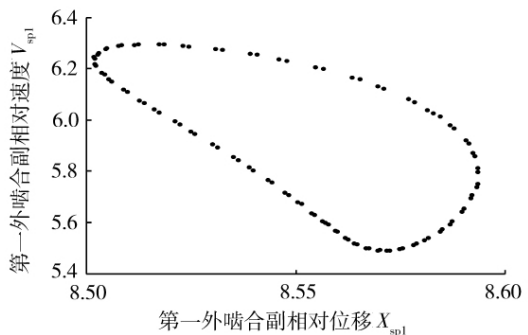


图 6 行星轮系拟周期运动(50T)

Fig. 6 Quasi-periodic motion of the system(50T)

图 4~图 6 中, 横坐标为系统第一路外啮合副量纲一相对位移 X_{sp1} , 纵坐标为第一路外啮合副量纲一相对速度 V_{sp1} . 计算时间段分别取了 10 个外激振力周期(10T), 30T 以及 100T. 三幅图在相应时间段内计算得到的位移最大值分别是 8.59307554, 8.59324327, 8.59324329, 可以看到

计算时间段取 30 个外激振力周期得到的位移最大值已经足够准确. 其几何解释就是图 5 中最右侧点的横坐标值已经近似等于对应完全封闭圈中最右侧点的横坐标值.

(3) 若系统在考查参数范围内处于混沌运动. 那么“一定时间段”应取足够多个运动周期, 以至于使得系统对应的 Poincare 映射图能够把点映射的发生区域勾勒出来^[12]. 图 7~图 9 是图 1 所示系统在某组参数下渐进稳定的混沌运动对应的 Poincare 图, 计算时间段分别取了 $300T$, $2000T$, $3000T$.

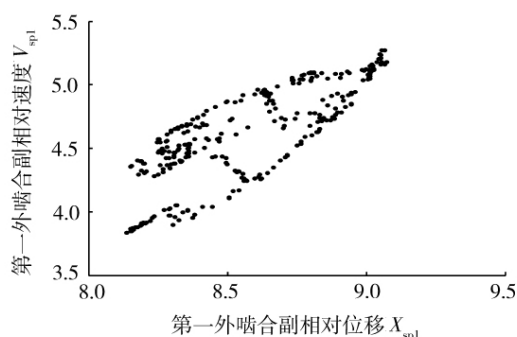


图 7 行星轮系混沌运动($300T$)

Fig. 7 Chaos motion of the system($300T$)

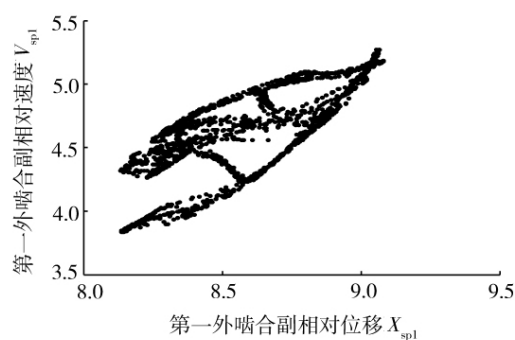


图 8 行星轮系混沌运动($2000T$)

Fig. 8 Chaos motion of the system($2000T$)

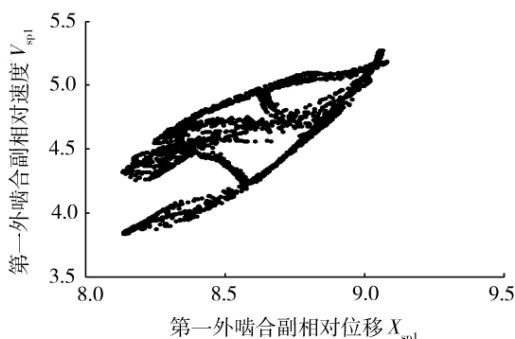


图 9 行星轮系混沌运动($3000T$)

Fig. 9 Chaos motion of the system($3000T$)

图 7~图 9 在相应时间段内计算得到的位移最大值分别 9.071 591 08, 9.079 800 93, 9.079 853 22, 可以看到计算时间段取 2000 个外激振力周期得到的位移最大值已经足够准确. 其几何解释就是图 8 中最右侧点的横坐标值已经近似等于对应混沌运动映射点集中最右侧点的横坐标值.

(4) 若系统在考查参数范围内发生了运动状态的岔岔, 周期运动、拟周期运动以及混沌运动在参数范围内均出现. 那么“一定时间段”应取前三种情况对应时间段的最大值. 通过前三种运动的分别验证, 只要系统在参数考查范围内有混沌运动发生, 那么计算时间取 2000 个外激振力周期, 位移最大值的计算就足够准确.

4) 通过循环套嵌的方法, 依次计算各考查参数范围内不同参数组合下的稳态位移响应的位移最大值, 使之与失稳阈值比较, 判断是否发生失稳.

5) 把 4) 中稳定的参数组合与不稳定的参数组合以不同的点号区别开来并图形输出, 即可得系统的相关参数在考查范围内的稳定域与非稳定域.

3 行星轮系的稳定域计算

作为应用实例, 以本文第 2 节所给出的纯扭转 4 自由度模型为研究对象, 系统参数为: $m=5.0$ mm, $\alpha=20^\circ$, $e_{aspi}=e_{rspi}=10\ \mu\text{m}$, $z_s=15$, $z_{pi}=24$, $z_r=63$, $b_c=10\ \mu\text{m}$, $N=3$, $b_{spi}=b_{rpi}=b$, $k_{mspi}=1.06\times 10^9$ N/m, $k_{mrpi}=0.8256\times 10^9$ N/m.

以下分别取太阳轮的转速 n_s 、系统的齿侧间隙 b 、齿轮副的啮合相对阻尼比 c_s 为考查参数, 以系统第一路外啮合副量纲一相对位移的最大值 $X_{1\max}$ 超过其齿侧间隙 b 值的 20 倍为失稳阈值. 由于在考察参数范围内捕捉到了混沌运动(如图 7~图 9 所示), 按照本文的计算方法, 数值积分时间取 2000 个外激振力周期, 以期获得足够准确且最省机时的系统相对位移最大值.

3.1 单参数稳定区域的计算

研究两种情况: ①当 $b=1\times 10^{-5}$ m, $c_s=0.05$ 时, 转速 n_s 在 $400\sim 4000$ r/min 之间的稳定域; ②当 $n_s=1800$ r/min, $c_s=0.05$ 时, 齿侧间隙 b 在 $0\sim 1\times 10^{-4}$ m 之间的稳定域.

图 10 为对应情况 1 的系统第一路外啮合副最大量纲一相对位移-转速图. 图中纵坐标值超过 $20b$ 的转速区域为系统的失稳取值范围. 可以看到: 在其他参数一定的条件下, 系统的振动位移最大值大致在 $400\sim 1000$ r/min 之间以及 $1778\sim$

1877 r/min 之间时超出了失稳阈值 $20b$, 可以认定这两个速度区段为转速失稳区间. 图 10 中剩余的转速区段则可以认定是转速稳定域.

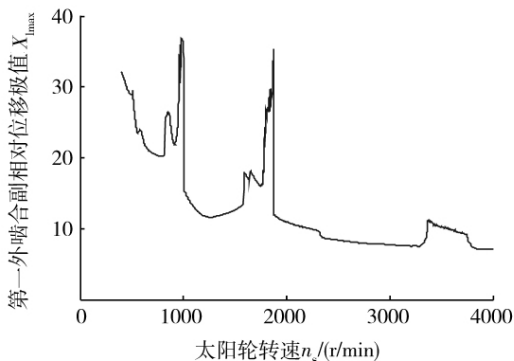


图 10 最大位移-转速图

Fig. 10 Map of the maximum displacement-rotational speed

图 11 是当系统转速为 1800 r/min, 相对阻尼系数为 0.05 时, 系统第一路外啮合副最大量纲一相对位移-齿侧间隙图. 可以看到: 在其他参数一定的条件下, 系统的振动幅值大致在 $4.4 \times 10^{-5} \sim 6.7 \times 10^{-5} \text{ m}$ 之间时超出了失稳阈值 $20b$, 可以认定 $4.4 \times 10^{-5} \text{ m}$ 及 $6.7 \times 10^{-5} \text{ m}$ 为齿侧间隙稳定域与非稳定域的分界线.

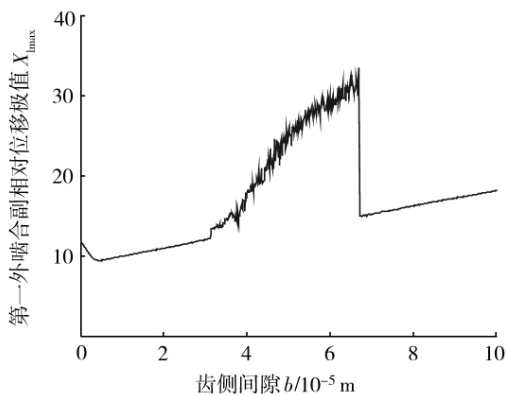


图 11 最大位移-间隙图

Fig. 11 Map of the Maximum displacement-backlash

3.2 双参数稳定区域的计算

图 12 是按照本文方法计算得到的系统转速-齿侧间隙双参数稳定域图. 图中“*”表示不稳定域, “°”表示稳定域, 后文图形的稳定域的表示也按此规则.

可以看到, 系统参数域内存在三处不稳定域, 第一处主要发生在转速在 1000 r/min 以下, 齿侧

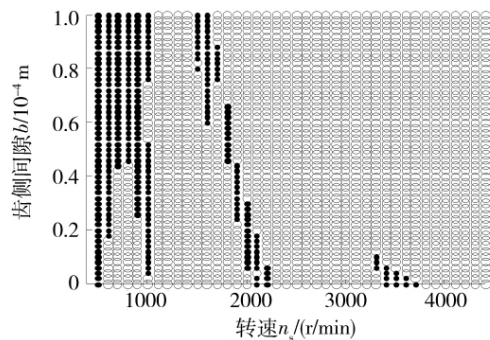


图 12 转速-齿侧间隙参数稳定域(失稳阈值为 $20b$)

Fig. 12 Stable region about rotational speed and backlash($20b$)

间隙在 $4.5 \times 10^{-5} \text{ m}$ 以上的低速大间隙域, 减小齿侧间隙到 $4.5 \times 10^{-5} \text{ m}$ 以下可以得到一小块稳定孤岛; 第二处主要发生在转速在 1500~2400 r/min 之间, 齿侧间隙在 $0 \sim 10 \times 10^{-5} \text{ m}$ 之间的一条狭长参数域, 总体上呈现沿由小转速大间隙向大转速小间隙倾斜的特点; 第三处主要发生在转速在 3500 r/min 左右, 齿侧间隙在 $1 \times 10^{-5} \text{ m}$ 以下一小块三角形区域. 从本质来说, 三处不稳定域的发生大致范围以及形状的复杂性上均可以通过多自由度非线性系统复杂的共振现象(包括主共振、超谐共振、亚谐共振和组合共振等)来解释. 而通过本文的计算方法, 可以略去以上复杂的共振分析, 直接通过响应获取参数稳定域.

倘若设计的行星轮系振动要求比较高, 那么在进行稳定域计算的时候就应该收缩失稳阈值以确保振动的高要求. 图 13 是失稳阈值缩小为 $10b$ 得到的稳定区域图.

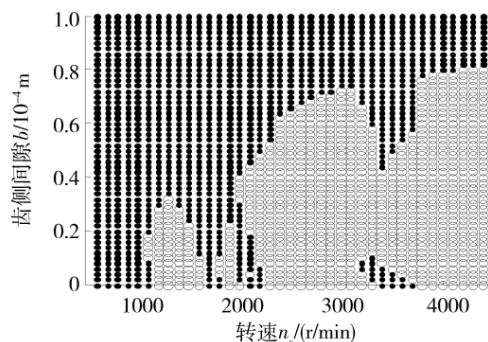


图 13 转速-齿侧间隙参数稳定域(失稳阈值为 $10b$)

Fig. 13 Stable region about rotational speed and backlash($10b$)

可以看到, 振动要求提高后系统参数范围内满足稳定性要求的区域迅速减少.

图 14 是阻尼系数在 $0 \sim 0.5$, 转速在 500

$\text{r/min} \sim 5000 \text{ r/min}$ 之间变化时搜索得到的系统转速-阻尼系数参数稳定域。可以看到,不稳定域主要发生在转速在 600 r/min 以下的低速域,该区域内阻尼对振动的抑制并不显现,因而该不稳定域呈现规则的矩形;转速在 600 r/min 以上区间也有零星不稳定区域,但只有当相对阻尼比低于 0.05 的小阻尼情况下才出现,显示了在此速度区间内阻尼对系统振动的抑制非常明显。

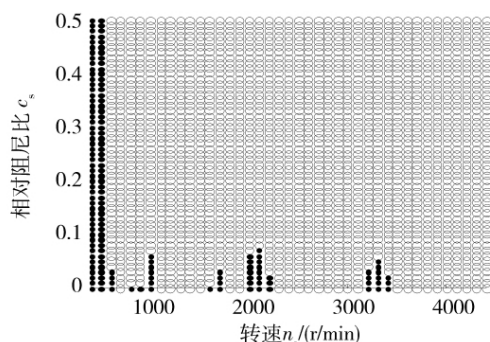


图 14 转速-阻尼系数稳定域(失稳阈值为 $20b$)

Fig. 14 Stable region about rotational speed and damping($20b$)

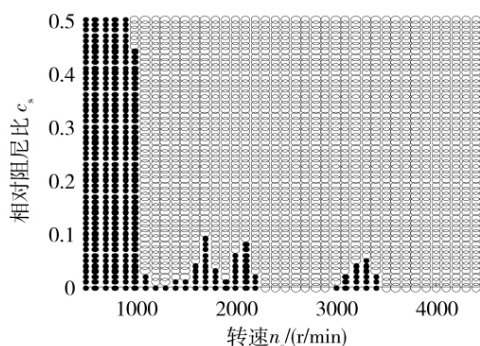


图 15 转速-阻尼系数稳定域(失稳阈值为 $10b$)

Fig. 15 Stable region about rotational speed and damping($10b$)

若把失稳阈值缩小为 $10b$,得到的稳定区域如图 15 所示。对比图 14、图 15 可以看到失稳阈值减小后, 600 r/min 以下的不稳定矩形区域被迅速放大为 1000 r/min 以下的不稳定矩形区域,而 1000 r/min 以上的高速域内的稳定域并没有被蚕食多少。从而可以得到结论:在 $600 \sim 1000 \text{ r/min}$ 之间的不稳定域,系统的振动最大位移主要处在 $10b \sim 20b$ 范围,在 1000 r/min 以上范围内的稳定域,系统的振动幅值主要集中在 $10b$ 以下。

3.3 三参数稳定区域的计算

图 16 是按照本文方法计算得到的系统转速-

齿侧间隙-阻尼系数三参数稳定域,图中打点区表示不稳定域。可以看到不稳定区间主要发生在大间隙、低转速、小阻尼的参数域内。通过该图形可以方便地找到系统转速、阻尼系数以及齿侧间隙三种系统参数可选的组合区间,对系统的设计提供参考。

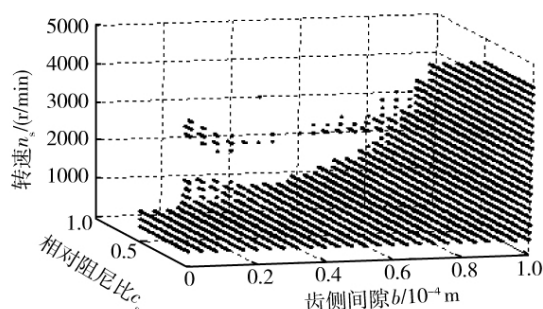


图 16 系统转速-齿侧间隙-相对阻尼系数参数稳定域

Fig. 16 Stable region about rotational speed-backlash-damping

4 结 论

1) 本文研究了一种行星齿轮非线性传动系统参数稳定域计算的方法。该方通过选取合理失稳阈值、根据考查参数域内系统的运动状态选取合适的数值积分时间段、以循环套嵌的手段计算考查参数在各自范围内不同组合下系统位移响应的最大值、比较失稳阈值以判稳、参数稳定域的图形输出等 5 个步骤完成对行星轮系参数稳定域的计算。

2) 以四自由度行星轮系纯扭转非线性振动模型为算例,以行星轮输入转速、系统的齿侧间隙以及齿轮副的相对啮合阻尼比为考查参数,分别计算得到了系统的单参数稳定域、双参数稳定域以及三参数稳定域,为行星轮系的设计取值提供了重要参考。

参考文献:

- [1] 方宗德,沈允文,黄镇东. 2K-H 行星减速器的动态特性[J]. 西北工业大学学报, 1990, 10(4): 361-371.
FANG Zongde, SHEN Yunwen, HUANG Zhendong. Dynamic characteristics of 2K-H planetary gearing[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 1990, 10(4): 361-371. (in Chinese)
- [2] Kahrarman A. Free torsional vibration characteristics of compound planetary gear sets[J]. Mech. Mach. Theory, 2001, 36(8): 953-971.
- [3] 袁茹,王三民,沈允文. 行星齿轮传动的功率分流动态均衡

- 优化设计[J]. 航空动力学报, 2000, 15(4): 410-412.
- YUAN Ru, WANG Sanmin, SHEN Yunwen. Dynamic optimum design of power shared out equally among the planetary gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2000, 15(4): 410-412. (in Chinese)
- [4] 孙智民, 季林红, 沈允文. 2K-H 行星齿轮传动非线性动力学[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2003, 43(5): 636-639.
- SUN Zhimin, JI Honglin, SHEN Yunwen. Nonlinear dynamics of 2K-H planetary gear train[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2003, 43(5): 636-639. (in Chinese)
- [5] 胡海岩. 应用非线性动力学[M]. 北京: 航空工业出版社, 2000: 183-183.
- [6] 鄧志英, 沈允文, 李素有, 等. 间隙非线性齿轮系统周期解结构及其稳定性研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(5): 17-22.
- GAO Zhiying, SHEN Yunwen, LI Suyou, et al. Research on the periodic solution structure and its stability of nonlinear system with clearance[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(5): 17-22. (in Chinese)
- [7] 陈安华, 罗善明, 王文明, 等. 齿轮系统动态传递误差和振动稳定性的数值研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(4): 21-25.
- CHEN Anhua, LUO Shanming, WANG Wenming, et al. Numerical investigations on dynamic transmission error and stability of a geared rotor-bearing system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(4): 21-25. (in Chinese)
- [8] 吕延军, 虞烈, 刘恒. 非线性轴承-转子系统的稳定性和分岔[J]. 机械工程学报, 2004, 40(10): 62-67.
- LÜ Yanjun, YU Lie, LIU Heng. Stability and bifurcation of nonlinear bearing-rotor system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(10): 62-67. (in Chinese)
- [9] Lin J, Parker R G. Planetary gear parametric instability caused by mesh stiffness variation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002(1): 129-145.
- [10] Parker R G. A physical explanation for the effectiveness of planet phasing to suppress planetary gear vibration[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 236(4): 561-573.
- [11] 李润方, 王建军. 齿轮系统动力学: 振动、冲击、噪声[M]. 北京: 科学出版社, 1997: 268-269.
- LI Runfang, WANG Jianjun. Dynamics of gear system: vibration, shock and noise[M]. Beijing: Science Press, 1997. (in Chinese)
- [12] 虞烈, 刘恒. 轴承-转子系统动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001: 271.